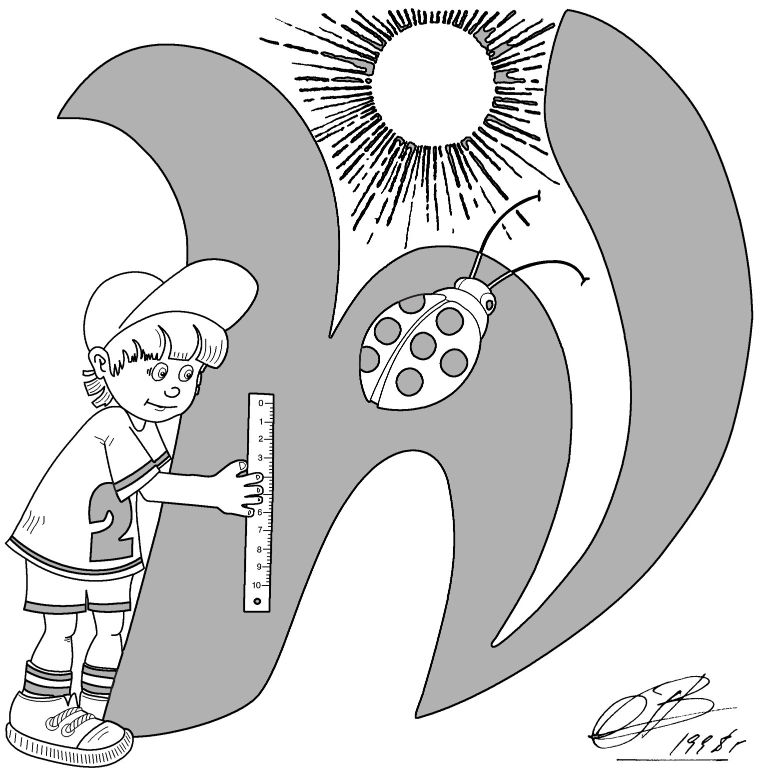
Федеральное агентство по образованию
Центральный оргкомитет Всероссийских олимпиад

XXXV Всероссийская олимпиада школьников по физике

Региональный этап

Теоретический тур

Методическое пособие



МФТИ, 2000/2001 уч.г.

Комплект задач подготовлен методической комиссией по физике
Центрального оргкомитета Всероссийских олимпиад школьников
Министерства образования и науки Российской Федерации
Телефоны: (095) 408-80-77, 408-86-95.
E-mail: **fizolimp@mail.ru** (с припиской **antispam** к теме письма)

Авторский коллектив — Васильев М., Жук С., Кирьяков Б., Колесов Ю., Кузьмичев С., Плис В., Ростовцев Н., Слободянин В., Чешев Ю., Чивилев В., Шеронов А.

Общая редакция — Слободянин В.

Оформление и верстка — Чудновский А., Ильин А., Макаров А., Терехов А.

При подготовке оригинал-макета
использовалась издательская система LaTeX 2_ε.

Подписано в печать 14 марта 2005 г. в 22:41.

141700, Московская область, г.Долгопрудный
Московский физико-технический институт

9 класс

Задача 1. Вездеход

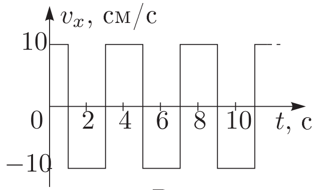


Рис. 1

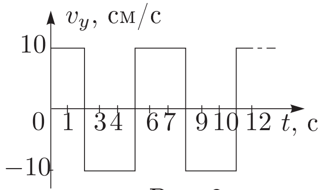


Рис. 2

Модель вездехода движется по горизонтальной поверхности, в плоскости которой находится прямоугольная система координат Oxy. На рисунке приведены графики зависимости проекций скорости v_x и v_y этого вездехода от времени t. Найдите наибольшее расстояние между точками траектории вездехода, если он ехал 5 минут.

Задача 2. Транспортер

Небольшая шайба скользит по гладкой горизонтальной поверхности стола со скоростью v_0 и попадает на ленту транспорера, движущегося против направления движения шайбы со скоростью u. Определите время нахождения шайбы на ленте транспортера, полагая, что лента очень длинная и коэффициент трения скольжения шайбы о ленту равен μ. Как зависит результат от соотношения между v_0 и u?

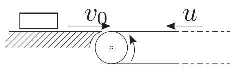


Рис. 3

Задача 3. Самолет

Самолет ежедневно совершает перелеты из пункта A в пункт B и обратно. В течение всего перелета дует ветер с постоянной скоростью u под углом α к линии перелета. При каком угле α время перелета по маршруту A–B–A будет минимально, а при каком — максимально? Найдите отношение минимального времени к максимальному. Скорость самолета в безветренную погоду равна v_0.

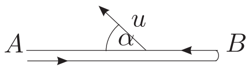


Рис. 4

Задача 4. Замечательная электроплитка

Мальчик Во из центральной Африки приобрел замечательную электроплитку, сопротивление которой не зависело от температуры. Сначала Во включил эту плитку в сеть с напряжением $U_1 = 55$ В, она нагрелась до температуры $t_1 = 55°$C. Затем он включил ее в сеть с напряжением $U_2 = 110$ В, и она нагрелась до температуры $t_2 = 110°$C. До какой температуры нагреется плитка, если ее включить в сеть с напряжением $U_3 = 220$ В?

Примечание. Поток тепла от плитки во внешнюю среду пропорционален разности температур между плиткой и внешней средой. Температура внешней среды постоянна.

10 класс

Задача 1. Шест

Длинный шест AB заталкивают на крышу сарая, двигая его нижний конец A горизонтально по земле с постоянной скоростью v_0 (рис. 5). Найдите скорость конца шеста B (по модулю) в тот момент, когда середина стержня (точка C) попадает на край сарая.

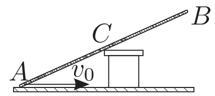


Рис. 5

Задача 2. Сила Архимеда

Оцените выталкивающую силу, дейсвующую на Вас со стороны воздуха в данный момент. Давление, температуру воздуха, массу своего тела и другие необходимые данные задайте сами. Молярная масса воздуха $\mu = 29$ г/моль.

Задача 3. Ртуть в трубке

Изогнутая в форме кольца трубка постоянного внутреннего сечения расположена в вертикальной плоскости (рис. 6). Неподвижная заглушка A и свободно перемещающийся столбик ртути B делят трубку на две части. В большей по объему части находится вдвое большее число молей идеального газа, чем в меньшей. Вначале температура газа в меньшей части трубки была $T_1 = 260$ К, в большей — $T_2 = 410$ К, ртуть находилась в положении, при котором радиус, проведенный к ней из центра трубки, составлял с горизонтом угол $\alpha_1 = 30°$. До какой одинаковой температуры нужно довести газы в трубке, чтобы ртуть переместилась в положение C, которому соответствует угол $\alpha_2 = 60°$? Масса газа во много раз меньше массы ртути. Длина столбика ртути и диаметр внутреннего сечения трубки значительно меньше радиуса кольца из трубки. Давление паров ртути не учитывать.

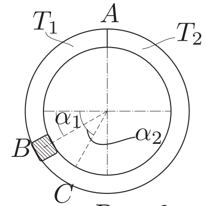


Рис. 6

Задача 4. Бревно

На дне кубической ямы с ребром 1 м лежит цилиндрическое бревно (ось бревна вертикальна). Диаметр бревна равен его высоте и немного меньше 1 метра. Промежутки между бревном и стенками ямы целиком заполнены льдом. После того, как весь лед растаял, бревно всплыло и стало выступать на высоту $h_0 = 86$ мм. Чему равна плотность ρ материала бревна? Плотность воды $\rho_в = 10^3$ кг/м^3, льда $\rho_л = 9 \cdot 10^2$ кг/м^3. Вся вода, получившаяся в результате таяния льда, осталась в яме.

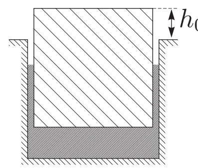


Рис. 7

Задача 5. Оптическая схема

По некоторым слухам, в архиве Снеллиуса нашли чертеж оптической системы. Чернила от времени выцвели, и на чертеже остались видны только главная оптическая ось и две точки: точечный источник S_0 и его изображение S_1, полученное в сферическом зеркале (рис. 8). Как с помощью циркуля и линейки без делений восстановить положение зеркала? Чему равен радиус кривизны этого зеркала?

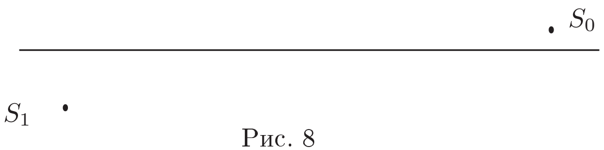


Рис. 8

11 класс

Задача 1. Мяч

Мяч бросают вертикально вверх в спортивном зале. К потолку он подлетает со скоростью вдвое меньшей начальной, упруго отражается и через время τ после броска возвращается в точку старта. Найдите скорость, с которой мяч вернулся назад, если во время движения на него действовала сила сопротивления движению пропорциональная скорости.

Задача 2. Диаграмма процесса

На рисунке изображена pV диаграмма циклического процесса, состоящего из изохоры, изобары и изотермы. Известно, что максимальное изменение объема равно ΔV, а давления Δp. К сожалению, на рисунке оси p и V диаграммы, а также часть изотермы отсутствуют. Воссановите эти оси p и V.

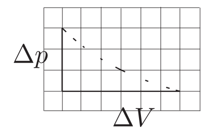


Рис. 9

Задача 3. Шарики на сфере

На гладкой непроводящей незаряженной сфере радиуса R в диаметрально противоположных точках расположены маленькие шарики с зарядами $+q$ и $-q$ (см. рис.) Масса шарика с зарядом $-q$ равна m. Второй шарик жестко закреплен на сфере. В некоторый момент времени шарик с зарядом $-q$ отпускают и он начинает двигаться по сфере без трения. Определите скорость шарика в момент отрыва от сферы. Силу тяжести и силу гравитационного взаимодействия не учитывать.

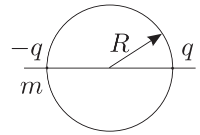


Рис. 10

Задача 4. Схема

В схеме, изображенной на рисунке, $r_1 = 1$ кОм, $r_2 =$ $= 2$ кОм, $R = 3$ кОм. Ток через амперметр при замкнутом ключе K_1 и разомкнутом ключе K_2 совпадает с током через амперметр при замкнутом ключе K_2 и разомкнутом ключе K_1 и составляет I_0. Найти ток I через амперметр в случае, когда замкнуты оба ключа.

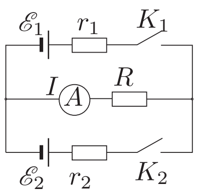


Рис. 11

Задача 5. Мощность светового потока

В плоском зеркале (рис. 12) рассматривают изображение удаленного точечного источника S_0. При некотором угле падения α мощность светового потока от S_0, попадающего в глаз в результате отражения от поверхности стекла становится равной мощности излучения, попадающего в глаз после отражения от зеркального слоя.

Определить для этого угла падения α коэффицент отражения r света от стекла, если коэффициент отражения света от зеркального слоя практически не зависит от угла падения и равен $R = 0{,}93$.

Примечание. Коэффициенты отражения света от границы раздела воздух-стекло и стекло-воздух одинаковы для одной и той же траектории луча.

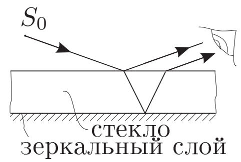


Рис. 12

Возможные решения

9 класс

Задача 1. Вездеход

Изобазим на координатной плоскости траекторию движения вездехода (рис. 13). Из рисунка видно, что движение будет циклическим, с продолжительностью цикла 12 секунд. Максимальное расстояние между точками траектории вездехода $S = 10\sqrt{10}$ см.

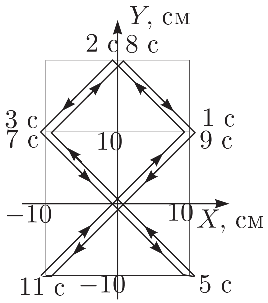


Рис. 13

Задача 2. Транспортер

Перейдем в систему отсчета, движущуюся справа налево со скоростью u. В этой системе лента покоится, а шайба движется по столу со скоростью $v = v_0 + u$. По ленте шайба движется равнозамедленно с ускорением $a = \mu g$. Далее возможны два случая:

а.) Шайба прекратит движение по ленте, и транспортер вытеснит ее обратно на стол. Найдем время движения шайбы до остановки: $v - at = 0 \quad \Rightarrow \quad v_0 + u = \mu g t \quad \Rightarrow \quad t = (v_0 + u)/\mu g$. За это время шайба проскользит по ленте транспортера расстояние $S = (v_0 + u)^2/2\mu g$. Время, через которое шайба вновь окажется на столе, равно $t = S/u = (v_0 + u)^2/2\mu g u$.

б.) Проскальзывание шайбы по ленте не прекратится вплоть до ее попадания обратно на стол. В выбранной нами системе пройденный путь равен: $S = (v_0 + u)t - at^2/2 = ut \quad \Rightarrow \quad v_0 - \mu g t/2 = 0 \quad \Rightarrow \quad t = 2v_0/\mu g$. Эта ситуация возможна в случае, если $v_0 < u$.

Обобщая эти два случая, получим $t = (v_0 + u)^2/2\mu g u$, если $v_0 > u$, либо $t = 2v_0/\mu g$, в случае $v_0 < u$.

Задача 3. Самолет

Геометрическое представление абсолютной, относительной и переносной скоростей самолета при перелете «туда» и «обратно» представлено на рисунке. Из правила сложения скоростей (рис. 14) находим время перелета по маршруту A–B–A

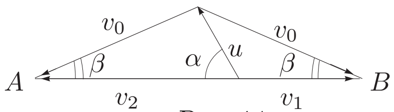


Рис. 14

$$T = \frac{S}{v_0\cos\beta - u\cos\alpha} + \frac{S}{v_0\cos\beta + u\cos\alpha} = \frac{2Sv_0\cos\beta}{v_0^2\cos^2\beta - u^2\cos^2\alpha}. \qquad (1)$$

Здесь S — растояние от A до B. С учетом теоремы синусов: $v_0/\sin\alpha = u/\sin\beta$, выражение (1) может быть преобразовано к виду

$$T = 2S\sqrt{v_0^2 - u^2\sin^2\alpha}/(v_0^2 - u^2).$$

Очевидно, что $T_{\min} = 2S/\sqrt{v_0^2 - u^2}$, $\quad T_{\max} = 2Sv_0/(v_0^2 - u^2)$, $T_{\min}/T_{\max} = \sqrt{1 - (u/v_0)^2}$.

Задача 4. Замечательная электроплитка

Мощность, выделяемая плиткой, равна теплоотдаче плитки, следовательно: $U_1^2/R = A(t_1 - t_0)$, $\quad U_2^2/R = A(t_2 - t_0)$, $\quad U_3^2/R = A(t_3 - t_0)$. Здесь t_0 — температура окружающей среды, R — сопротивление плитки и A — коэффициент пропорциональности. Разделив второе уравнение на первое, получим $(U_2/U_1)^2 = (t_2 - t_0)/(t_1 - t_0)$. После численной подстановки получим: $t_0 = 36{,}7°C$; аналогично — $(U_3/U_1)^2 = (t_3 - t_0)/(t_1 - t_0)$, $\quad t_3 = 300°C$.

10 класс

Задача 1. Шест

В момент, когда точка C касается крыши сарая, ее скорость направлена вдоль стержня. Далее возможны несколько способов рассуждения:

1. В указанный момент времени движение шеста можно рассматривать как вращение вокруг мгновенной оси вращения O. Очевидно, что $v_A = v_B = v_0$.

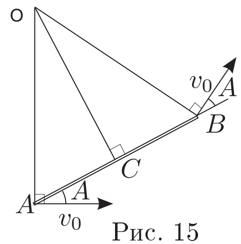


Рис. 15

2. Проекция v_A на стержень равна проекции v_B на стержень (стержень несжимаем). Точка C не имеет проекции скорости на направление, перпендикулярное стержню. Поскольку C — середина стержня, то проекция скорости точки A на направление, перпендикулярное оси стержня, должна равняться по величине и быть противоположной по знаку проекции скорости точки B на это направление, следовательно $v_A = v_B = v_0$.

Задача 2. Сила Архимеда

Выталкивающая сила определяется законом Архимеда: $F_{\text{выт}} = \rho V g$, где g — ускорение свободного падения, V — объем тела человека. Плотность воздуха ρ можно вычислить из уравнения Менделеева-Клапейрона: $pV = (m/\mu)RT$, $\quad \rho = \mu p/(RT)$, где p — давление, T — температура воздуха, R — универсальная газовая постоянная. Объем V нетрудно оценить по массе человека m, поскольку плотность человеческого тела примерно равна плотности воды. Задавшись значениями $p = 10^5$ Па, $T = 300$К и $V = 60$ л, получаем: $F_{\text{выт}} = \mu p V g/(RT) \approx 0{,}7$ Н.

Задача 3. Ртуть в трубке

Пусть p_1 — давление газа в меньшей части трубки в начале, а p_2 — в конце опыта. V — объем трубки, m — масса ртути, ν — число молей газа в меньшей части трубки, S — площадь внутреннего сечения трубки. Тогда

$$p_1\frac{1}{3}V = \nu R T_1, \qquad (p_1 + \frac{mg\cos\alpha_1}{S})\frac{2}{3}V = 2\nu R T_2,$$

$$p_2\frac{5}{12}V = \nu R T, \qquad (p_2 + \frac{mg\cos\alpha_2}{S})\frac{7}{12}V = 2\nu R T.$$

Решая эту систему с учетом значений $\cos\alpha_1$ и $\cos\alpha_2$, получим $T = 250$К.

Задача 4. Бревно

Объем воды в яме: $V = d^3(1-\pi/4)\rho_л/\rho_в$. Высота части бревна, находящейся над водой равна h. $\Rightarrow$ $\rho\pi d^3/4 = \rho_в(d-h)\pi d^2/4$ $\Rightarrow$ $h = d(1-\rho/\rho_в)$. Уровень H воды в траншее с бревном найдем из условия: $h_0 = h - (d - H)$. Всего в траншее находится масса: $\rho_в H d^2 = \rho_в V + \rho\pi d^3/4$ $\Rightarrow$ $H = d(1 - \pi/4)\rho_л/\rho_в + d(\pi/4)\rho/\rho_в$.

Окончательно: $\rho = \rho_л - \rho_в h_0/(d(1-\pi/4)) \approx 0{,}5 \cdot 10^3$ кг/м^3.

Задача 5. Оптическая схема

Если пустить луч из точки S_0 в вершину зеркала, то отраженный луч пойдет симметрично падающему лучу относительно главной оптической оси и пройдет через точку S_1. Поставив точку S_0' (симметрично точке S_0 относительно главной оси), найдем оптический центр O зеркала (рис. 16). Проведем прямую a через точки S_1 и S_0. С этой прямой совпадают падающий на зеркало и отраженный от него лучи. Следовательно, точка B, лежащая на пересечении прямой a с главной оптической осью есть центр кривизны зеркала. Значит, OB — радиус кривизны зеркала.

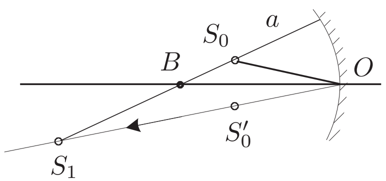


Рис. 16

11 класс

Задача 1. Мяч

При движении вверх: $mdv/dt = -mq - kv$ $\Rightarrow$ $m(v_0/2 - v_0) = -mgt_1 - kH$. При движении вниз: $mdv/dt = mq - kv$ $\Rightarrow$ $m(v - v_0/2) = mgt_2 - kH$. Отсюда: $v = g(t_1 + t_2) = g\tau$.

Задача 2. Диаграмма процесса

На рисунке четко видна точка A на изотерме. Используя ее, введем Δp_A и ΔV_A. Тогда $\Delta V = 2\Delta V_A$, $\Delta p = 3\Delta p_A$.

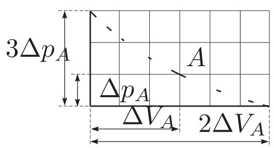


Рис. 17

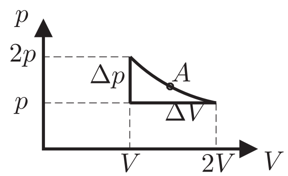


Рис. 18

Пусть изохоре соответствует объем V, а изобаре — давление p. Тогда на изотерме:

$$(p + 3\Delta p_A)V = (V + 2\Delta V_A)p, \qquad (1)$$

$$(p + \Delta p_A)(V + \Delta V_A) = (V + 2\Delta V_A)p. \qquad (2)$$

Из (1) следует $p = (3/2)V\Delta p_A/\Delta V_A$. После подстановки в (2) и приведения подобных членов получим:

$$V = 2\Delta V_A = \Delta V \quad\Rightarrow\quad V = \Delta V \quad\Rightarrow\quad p = 3\Delta p_A = \Delta p.$$

Таким образом, диаграмма выглядит так (рис. 17).

Задача 3. Шарики на сфере

Уравнение движения шарика по сфере имеет вид:

$$\frac{mv^2}{R} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{a^2}\cos\alpha - N. \qquad (1)$$

Закон сохранения энергии дает:

$$-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{2R} = \frac{mv^2}{2} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{a}. \qquad (2).$$

В момент отрыва сила реакции $N = 0$. Совместное решение уравнений (1) и (2) дает $\cos\alpha = 3/4$ или $\beta = 2\alpha$ $\Rightarrow$ $\cos\beta = \cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 1/8$ $\Rightarrow$ $v = \sqrt{q^2/(12\pi\varepsilon_0 mR)}$.

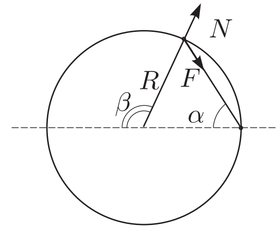


Рис. 19

Задача 4. Схема

Из закона Ома для случаев, когда замкнуто только по одному ключу, следует: $\mathscr{E}_1 = I_0(R + r_1)$; $\mathscr{E}_2 = I_0(R + r_2)$.

Когда замкнуты оба ключа, запишем уравнения Кирхгофа:

$$\mathscr{E}_1 - I_1 r_1 = IR = \mathscr{E}_2 - I_2 r_2; \quad I = I_1 + I_2,$$

где положительные направления токов выбраны так, как текли бы токи при $\mathscr{E}_1 = \mathscr{E}_2$. Решая систему, находим

$$I_1 = \frac{(\mathscr{E}_1 - \mathscr{E}_2)R + \mathscr{E}_1 r_2}{r_1 r_2 + R(r_1 + r_2)}, \quad I_2 = \frac{(\mathscr{E}_2 - \mathscr{E}_1)R + \mathscr{E}_2 r_1}{r_1 r_2 + R(r_1 + r_2)}.$$

Подставляя выражения для $\mathscr{E}_1$, $\mathscr{E}_2$, получим $I = I_0(1 + r_1 r_2/(r_1 r_2 + R(r_1 + r_2))) = 13I_0/11$.

Задача 5. Мощность светового потока

На рисунке видно, что угол преломления α равен углу падения β. Отсюда согласно принципу обратимости световых лучей следует, во-первых, что угол преломления ψ равен углу падения φ и, во-вторых, что коэффициенты отражения света в точках A и B одинаковы.

На рисунке $I_1, I_2, \ldots, I_6$ — соответствующие световые потоки. Тогда мощность второго светового потока $I_2 = rI_1$, где r — коэффициент отражения света от стекла. Мощность светового потока 6:

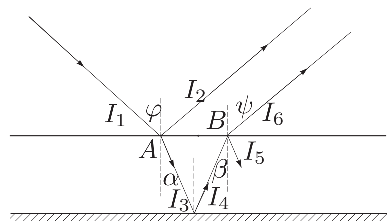


Рис. 20

$$I_6 = I_4 - I_5 = I_4 - rI_4 = (1-r)I_4 = (1-r)RI_3 = R(1-r)(I_1 - I_2) = R(1-r)^2 I,$$

где R — коэффициент отражения света от зеркального слоя. По условию задачи $I_2 = I_6$. Из этих соотношений получаем: $r = R(1-r)^2$. После преобразования из окончательного уравнения $r^2 - (2 + 1/R)r + 1 = 0$ находим $r = 0{,}37$.